Villámkérdések 7, megoldásokkal. BME, Mat. B3, 2008 Jan. 21.[1]

1. Konvergens-e a $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$ sor? Indokoljunk. *5; (Szept. 25).*

   Ez egy Leibniz-sor; konvergens, mert $\frac{1}{\sqrt{n}}$ monoton csökkenőleg tart nullához.

2. Adjuk meg $sin(2x)$ origó körüli Taylor-sorát. *7,9; (Okt. 2,9).*

   $sin(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1!} x^{2n+1}$, ezért $sin(2x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1!} (2x)^{2n+1}$.

3. Legyen f az a 2π szerint periodikus függvény, melyre teljesül, hogy $\forall x \in [-\pi, \pi)$ $f(x) = x^{2008} - \pi^{2008}$. Adjuk meg f Fourier-sorának összegfüggvényét.
   8; (Okt. 5).

   f folytonos $(-\pi, \pi)$-n, és mivel $f(-\pi) = f(\pi) = 0$, ezért f mindenütt folytonos. Tehát Fourier-sorának összegfüggvénye sajátmaga.

4. Írjuk le a Cauchy-Riemann egyenleteket. *10; (Okt. 12).*

   $\partial_x u(x,y) = \partial_y v(x,y), \qquad \partial_y u(x,y) = -\partial_x v(x,y).$

5. Mennyi az $f(z) = e^z$ függvény reziduuma az origóban? Indokoljunk.
   13; (Okt. 27).

   f az egész komplex síkon reguláris, ezért reziduuma nulla.

6. Mennyi $\mathcal{L}(f;p)$, ha f folytonos 0-ban, $f(0) = 2$ és $\mathcal{L}(f';p) = p^2 - 1$?
   14; (Okt. 30).

   $p^2 - 1 = \mathcal{L}(f';p) = p\mathcal{L}(f;p) - f(0) = p\mathcal{L}(f;p) - 2$ azaz $\frac{p^2+1}{p}$.

7. Írjuk le a rezgő húr diff.egyenletét (kezdeti feltételek nélkül). *20; (Dec. 4).*

   $\partial_t \partial_t u(x,t) = C \cdot \partial_x \partial_x u(x,t).$

8. Adjuk meg egy alaprendszerét: $y'' - 9 = e^{3x}(x^2+1)$. *18,19 (Nov. 20).*

   $p(\lambda) = \lambda^2 - 9$, ennek 3 és -3 a két gyöke. Így az alaprendszer: $\{e^{3x}, e^{-3x}\}$.

[1] A kérdések után *X; (Y,Z)* azt jelenti, hogy a vizsgakérdések jegyzékének X. pontja ismeretében, (az Y. hónap Z. napján tartott előadás alapján) kell(ene) tudni a választ...