Villámkérdések 8, megoldásokkal. **BME, Mat. B3, 2008 Jan. 25.**[1]

1. Számítsuk ki a $v : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3,\ v(x,y,z) = [x^2, y^2, z^2]$ függvény divergenciáját. *2; (Szept. 18).*

$div(v)(x,y,z) = \partial_x(x^2) + \partial_y(y^2) + \partial_z(z^2) = 2x + 2y + 2z.$

2. Adjuk meg az $f(x) = x^2 + 2x + 1$ függvény 1 körüli Taylor-sorában $(x-1)^{2008}$ együtthatóját. *7; (Okt. 2).*

f 2008. deriváltja minden pontban nulla, ezért $a_{2008} = \dfrac{f^{(2008)}(1)}{2008!} = 0.$

3. Adjunk meg egy elégséges feltételt arra, hogy egy periodikus függvény egyenlő Fourier-sorának összegfüggvényével. *8; (Okt. 5).*

Ha f mindenütt folytonos és Fourier-sora mindenütt konvergens, akkor f egyenlő Fourier-sorának összegfüggvényével.

4. Számítsuk ki $ln(-2)$ főértékének algebrai alakját. *9; (Okt. 9).*

$-2 = 2(cos(\pi) + isin(\pi)) = 2e^{i\pi}$ ezért $ln(-2) = ln(2) + i\pi.$

5. Írjuk le a komplex integrálokra vonatkozó Cauchy-féle alaptételt. *11; (Okt. 16,26).*

Egyszeresen összefüggő, nyílt halmazon reguláris komplex függvény zárt görbéken vett integrálja nulla.

6. Legyen $f : [0,\infty) \to \mathbf{R},\ f(t) = 0$. Számítsuk ki $\mathcal{L}(f;p)$ értékét. *14; (Okt. 30).*

$\mathcal{L}(f;p) = \int_0^\infty 0 \cdot e^{-pt} dt = \int_0^\infty 0 dt = 0.$

7. Egzakt-e a $2xy + x^2y' = 0$ diff.egyenlet? Indokoljunk. *17; (Nov. 9,13).*

$P(x,y) = 2xy,\ Q(x,y) = x^2,\ \partial_y P(x,y) = 2x = \partial_x Q(x,y)$ így az egyenlet egzakt.

8. Írjuk le a homogén lineáris diff.egyenletek alaprendszerének definícióját. *18; (Nov. 13,20).*

Alaprendszer: a homogén lineáris diff.egyenlet megoldáshalmazának (mint vektortérnek) egy bázisa.

---

[1] A kérdések után *X; (Y,Z)* azt jelenti, hogy a vizsgakérdések jegyzékének X. pontja ismeretében, (az Y. hónap Z. napján tartott előadás alapján) kell(ene) tudni a választ...