

Feladatok (2020. ápr. 9.)

(Az órán nem megbeszélte feladatok a házi feladatok között szerepelnek)

1. Legyen $n \geq 2k$ és jelentse $\mu(n, k)$ azt a minimális számot, ahány él azonos színű csúcsokat kell, hogy összekössön ha a $KG(n, k)$ Kneser gráf csúcsait $n - 2k + 1$ színnel színezzük.

Mutassuk meg, hogy

$$\mu(n, k) \leq \binom{2k-1}{k}.$$

2. Három emberrel a következő kooperatív játékot játsszuk. Mindhármuk fejére $1/2 - 1/2$ valószínűséggel (egymástól függetlenül) egy fehér vagy egy fekete sapkát adunk úgy, hogy minden játékos látja a többiek fején levő sapkák színét, de nem tudja, hogy a saját fején milyen színű sapka van. Ezután minden játékos tippelhet a saját fején levő sapka színére. De nem kötelező tippelnie, passzolhat is. Ha mindenki passzol, akkor vesztek. Ha van olyan játékos, aki nem passzol, akkor pontosan akkor nyernek, ha mindenki, aki tippel, helyesen tippeli meg a saját sapkája színét.

(A tippelssel, illetve passzolással nem várhatják meg egymást, mindenki egyszerre fel kell írja egy papírra a saját tippjét, vagy amennyiben passzol, akkor azt, és ezeket a papírokat csak akkor mutatják meg, amikor már mindenki készen van. Vagyis nem befolyásolhat senkit, hogy a többiek mit csinálnak. Ugyanakkor az megengedett, hogy még a játék megkezdése - tehát a sapkák kiosztása - előtt megállapodjanak egy közös stratégiában.)

A kérdés az, hogy a legjobb lehetséges stratégia alkalmazása esetén milyen valószínűséggel tudnak nyerni.