

Házi feladat a március 22-i gyakorlatra
(Feladva március 8-án)

1. Tizenöt rabló egy többzáras ládában őrzi a kincsét. Minden rablónak bizonyos zárhoz van kulcsa, egy zárhoz esetleg többnek is. A rablók kétfélék, öten főrablók és tízen alrablók. A kulcsok úgy vannak elosztva, hogy a rablók egy A részhalmaza pontosan akkor tudja a birtokában levő kulcsokkal kinyitni a ládát, ha vagy van A -ban legalább négy alrabló, vagy legalább két alrabló mellett legalább egy főrabló.

Legalább hány zár szükséges a fenti feltételek teljesüléséhez?

2. Melyik az a legkisebb pozitív egész m szám, amire igaz, hogy a természetes számok ötelemű részhalmazainak koleszikografikus sorrendjében az m -edik és az $(m + 1)$ -edik helyen álló ötelemű halmazok diszjunktak? Melyik a második legkisebb ilyen m ?
3. Legyen D olyan irányított gráf, amiben ha az u csúcsból v -be mutat él, akkor a v -ből u -ba mutató él is eleme az élhalmaznak. (Vagyis minden pontpár vagy összekötetlen, vagy "oda-vissza" össze van kötve.)

Mutassuk meg, hogy ekkor

$$\chi(L(D)) = \min \left\{ k : \binom{k}{\lfloor \frac{k}{2} \rfloor} \geq \chi(D) \right\}.$$