

A március 5-i gyakorlaton feladott házi feladatok

1. Mutassuk meg, hogy ha D olyan irányított gráf melyben tetszőleges a, b csúcspárra igaz, hogy $\vec{ab} \in E(D)$ akkor és csak akkor áll fenn, ha $\vec{ba} \in E(D)$ is igaz (vagyis D minden éle "oda-vissza" jelen van), akkor

$$\chi(L(D)) = \min \left\{ k : \binom{k}{\lfloor k/2 \rfloor} \geq \chi(D) \right\}.$$

Itt $L(D)$ a D irányított gráf élgráfja. (Emlékeztető: Ennek csúcsai D élei, és két D -beli él, e és f , pontosan akkor alkot élet $L(D)$ -ben, ha egyikük végpontja a másiknak kezdőpontja.)

A $\chi(D)$ érték a D gráf kromatikus száma, amit azonosnak tekintünk azon irányítatlan gráf kromatikus számával, amit úgy kapunk, ha D -ben az élek irányítását nem vesszük figyelembe.

2. Bizonyítsuk be, hogy

$$\text{ch} \left(K_{\binom{2k-1}{k}, \binom{2k-1}{k}} \right) > k.$$

3. Adjuk meg a $\text{ch}(G)$ listaszínezési szám ("choice number") értékét az alábbi G gráfra:

$$V(G) = \{a, b, c, d, e, f\},$$
$$E(G) = \{ab, bc, cd, de, ef, fa, be\}.$$