Házi feladat az április 22-i gyakorlatra
(Feladva április 8-án)

1. Legyen $n \geq 2k$ (n, k pozitív egészek) és jelentse $\mu(n, k)$ azt a minimális számot, ahány él azonos színű csúcsokat kell, hogy összekössön ha a $\mathrm{KG}(n, k)$ Kneser gráf csúcsainak színezéséhez legfeljebb $n-2k+1$ színt használhatunk.

   Házi feladatban láttuk, hogy
   $$\mu(n, k) \leq \binom{2k-1}{k}.$$
   Mutassuk meg, hogy $k = 2$ esetén egyenlőség áll!

2. Mutassuk meg, hogy az alábbi módon a $\mathrm{KG}(n, k)$ Kneser gráf optimális színezéséhez jutunk!

   Partícionáljuk az n elemű alaphalmazt tetszőleges módon $n - 2k + 2$ darab, egyenként páratlan elemszámú részhalmazára, $S_1, S_2, \ldots, S_{n-2k+2}$-re. Ezután a Kneser gráf minden csúcsát egy olyan i színnel színezzük, amire igaz, hogy az illető csúcs által reprezentált k elemű halmaz S_i elemeinek több mint a felét tartalmazza.

(Még mindig nem sikerült megbeszélni az alábbi feladatot.)

3. Legyen D olyan irányított gráf, amiben ha az u csúcsból v-be mutat él, akkor a v-ből u-ba mutató él is eleme az élhalmaznak. (Vagyis minden pontpár vagy összekötetlen, vagy "oda-vissza" össze van kötve.)

   Mutassuk meg, hogy ekkor
   $$\chi(L(D)) = \min\left\{k : \binom{k}{\lfloor \frac{k}{2} \rfloor} \geq \chi(D)\right\}.$$