

2. A2b Matematika gyakorlat

1. Oldjuk meg a következő lineáris egyenletrendszereket:

$$\begin{array}{rcl} x_1 + x_2 + x_3 & = & 6 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 & = & 14 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 & = & 13 \end{array} \qquad \begin{array}{rcl} x_2 - 3x_3 - x_4 & = & -2 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 & = & 7 \\ 2x_1 - 4x_2 + x_3 & = & 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} x_1 + 3x_2 & = & 0 \\ 3x_1 + 2x_2 & = & 7 \\ -x_1 + 2x_2 & = & -5 \\ 2x_1 + 5x_2 & = & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{rcl} x_1 - 3x_2 + 2x_3 - x_4 & = & 1 \\ x_2 - x_3 + 2x_4 & = & -1 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 & = & 0 \\ x_1 - x_2 + 3x_4 & = & 0 \end{array}$$

2. Határozzuk meg az $x + 2y + z = 1$ és a $2x + 5y = 4$ síkok metszésvonalát.

3. Számítsuk ki a következő mátrixok rangját.

$$\text{a.) } \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \text{b.) } \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \qquad \text{c.) } \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

4. Invertálhatóak-e a következő mátrixok? Ha igen invertáljuk őket!

$$\text{a.) } \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \qquad \text{b.) } \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 4 & 5 & 5 & 4 \end{bmatrix} \qquad \text{c.) } \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \text{d.) } \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

5. Válasszuk meg az u , v illetve p , q valós paramétereket úgy, hogy a következő lineáris egyenletrendszereknek (a) ne legyen megoldásuk; (b) egyértelmű legyen a megoldásuk; (c) végtelen sok megoldásuk legyen.

$$\begin{array}{rcl} x_1 + 2x_2 & = & 1 \\ x_1 - ux_2 & = & 2 \\ x_1 + vx_2 & = & 2 \end{array} \qquad \begin{array}{rcl} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 & = & 1 \\ x_1 + x_2 + 4x_3 + 3x_4 & = & 6 \\ -3x_1 + 5x_2 + px_3 + qx_4 & = & 2 \\ 2x_2 + 3x_3 + 5x_4 & = & q - 3 \end{array}$$

6. Van-e olyan négyismeretlenes lineáris egyenletrendszer, aminek pontosan négy megoldása van? Ha van, adjunk meg egy ilyen.