

8. A1b Analízis gyakorlat

1. Számítsd ki a következő függvény határértékeket (a megadott helyeken):

$$\text{a.) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 4}{x - 2} \quad \text{b.) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 4}{x - 2} \quad \text{c.) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 4}{x - 2} \quad \text{d.) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$$

2. Számítsd ki a következő függvény határértékeket a $\sqrt{a} \pm \sqrt{b} = \frac{a-b}{\sqrt{a} \mp \sqrt{b}}$ és a $\sqrt[3]{a} \pm \sqrt[3]{b} = \frac{a \pm b}{\sqrt[3]{a^2} \mp \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}}$ azonosságok felhasználásával:

$$\begin{aligned} \text{a.) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x} - \sqrt{x^2 - x}) & \quad \text{b.) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x-1} - 1}{x-2} & \quad \text{c.) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{5-x} - 1}{3 - \sqrt{5+x}} \\ \text{d.) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt{x+1} - 1} & \quad \text{e.) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+3x} - \sqrt[3]{1-2x}}{x} \end{aligned}$$

3. Számítsd ki a következő függvény határértékeket a $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ nevezetes határérték felhasználásával:

$$\begin{aligned} \text{a.) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x} & \quad \text{b.) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin 4x} & \quad \text{c.) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\sin 4x} & \quad \text{d.) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{3x^2} \\ \text{e.) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x} & \quad \text{f.) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} & \quad \text{g.) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x + \sin x}{x^3} \\ \text{h.) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \sin x} - \sqrt{1 - \sin x}}{x} & & & \end{aligned}$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1, \quad \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

4. Számítsd ki a következő függvény határértékeket:

$$\begin{aligned} \text{a.) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^x & \quad \text{b.) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^{1+2x} & \quad \text{c.) } \lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{3}{x}} \\ \text{d.) } \lim_{x \rightarrow \pi/2} (1 + 3 \operatorname{ctg} x)^{\operatorname{tg} x} & \quad \text{e.) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2 + 5}{2x^2 + 3}\right)^{6x^2 + 7} \end{aligned}$$

5. Határozd meg az a és b paraméterek értékét úgy, hogy az f függvény folytonos legyen!

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin ax}{x} & \text{ha } x < 0 \\ 2 - x^2 & \text{ha } 0 \leq x \leq 2 \\ bx & \text{ha } 2 < x \end{cases}$$

HF Határozd meg az a és b paraméterek értékét úgy, hogy az f függvény folytonos legyen!

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos x}{ax^2} & \text{ha } x < 0 \\ 1 + x^2 & \text{ha } 0 \leq x \leq 3 \\ bx + 1 & \text{ha } 3 < x \end{cases}$$