

Analízis 3 Gyakorlat
2011. szeptember 20.

1. Egyenletesen konvergensek-e a megadott függvénysorozatok a megadott halmazokon?
 - (a) $f_n(x) = x^n - x^{n+1}$, $H = [0, 1]$;
 - (b) $f_n(x) = x^n - x^{2n}$, $H = [0, 1]$;
 - (c) $f_n(x) = x^n - x^{2n}$, $H = [0, \frac{1}{2}]$;
 - (d) $f_n(x) = \frac{\{nx\}}{n}$, $H = \mathbb{R}$.
2. Készítsünk olyan f_n a $[0, 1]$ -en Riemann integrálható függvényekből álló, pontonként az f függvényhez konvergáló függvénysorozatot, melyre f nem Riemann integrálható a $[0, 1]$ -en!
3. Adjuk meg zárt alakban és határozzuk meg azt a legbővebb halmazt, ahol a formula érvényes:
 - (a) $\sum_{k=1}^{\infty} 3x^{3k-1}$
 - (b) $\sum_{k=2}^{\infty} kx^{k-2}$.
4. Igaz-e, hogy szigorúan monoton függvények pontonkénti limesze is szigorúan monoton? Igaz-e csak monotonitásra?
5. Igaz-e, hogy ha egy f_n függvénysorozat mindegyik tagja egyenletesen folytonos $[0, 1]$ -en, és a sorozat pontonként konvergens, akkor egyenletesen is?
6.
 - (a) Ha $f(x) = g'(x)$ az (a, b) -n, akkor f előáll folytonos függvények pontonkénti limeszeként.
 - (b) Előállítható-e a Dirichlet függvény folytonos függvények pontonkénti limeszeként?