

Analízis 3 Gyakorlat
2011. szeptember 27.

1. Mutassunk példát olyan 0 körüli hatványsorra, amely csak a
 - a) $[-1, 1]$
 - b) $(-1, 1]$
 - c) $(-1, 1)$ intervallumon konvergens!
2. Határozzuk meg az e^x függvény $x_0 = 5$ körüli Taylor sorfejtését!
3. Állítsuk elő x hatványai szerinti hatványsorral a $\sin^2 x$ függvényt! Mennyi a konvergenciasugár?
4. Fejtsük 0 körüli hatványsorba az $f(x) = e^{-x^2}$ és a $g(x) = \frac{x^{10}}{1+2x}$ függvényeket! Határozzuk meg a konvergenciasugarakat!
5. Fejtsük hatványsorba az $f(x) = \int_0^x e^{-t^2} dt$ függvényt!
6. Fejtsük 0 körüli hatványsorba az $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ függvényt! Hol konvergens a hatványsor? Mely halmazon végtelenszer differenciálható f ? Egyenletes-e a konvergencia azon a halmazon, ahol a hatványsor konvergál?
7.
 - (a) Fejtsük Taylor-sorba az $f(x) = \sqrt{1+x}$ -et a 0 körül. Hol konvergens a kapott hatványsor? Jelöljük e konvergenciatartományt D -vel.
 - (b) Jelölje $S(x)$ a kapott hatványsor összegfüggvényét. Bizonyítsuk be, hogy $S(x)$ differenciálható D -n és itt eleget tesz az $(1+x)S'(x) = \frac{1}{2}S(x)$, úgynevezett differenciálegyenletnek.
 - (c) Mutassuk meg, hogy az $F(x) = \frac{S(x)}{\sqrt{1+x}}$ segédfüggvény állandó D -n és ebből vezessük le, hogy $S(x) = f(x)$.