Analízis 3 Gyakorlat
2011. október 4.

1. Hogyan módosul az előadáson elhangzott levezetés a Fibonacci sorozatra ha $a_{n+1} = a_n + a_{n-1}$, de $a_0 = 1$ és $a_1 = 3$?

2. Legyen $a_0 = 0$, $a_1 = 1$, $a_{n+1} = a_n + 6a_{n-1}$. Határozzuk meg a_n-et zárt alakban!

3. Bizonyítsuk be, hogy $(\mathbb{R}^n, \varrho_1)$, $(\mathbb{R}^n, \varrho_\infty)$, (M, ϱ_{diszkr}), $(C[a,b], \varrho_{sup})$, $(C[a,b], \varrho_1)$ metrikus terek.

4. Legyen $f(x) = x$, $g(x) = x^2$ ha $x \in [0,1]$. $\varrho_{sup}(f,g) =?$, $\varrho_1(f,g) =?$

5. Hogy néz ki $B((0,0),1)$ az $(\mathbb{R}^2, \varrho_1)$, és az $(\mathbb{R}^2, \varrho_\infty)$ terekben?

6. Hogy néz ki $B(0,1)$ a $(C[0,1], \varrho_{sup})$ térben?

7. Hogy viszonyul $\mathbb{R}^n$-ben egymáshoz ϱ_1, ϱ_2 és ϱ_∞? Mik a nyílt és zárt halmazok az egyes metrikák szerint?

8. Mik a nyílt és zárt halmazok az (M, ϱ_{diszkr}) térben?

9. Legyen

   (a) $A = \{\frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}\}$
   (b) $A = \cup_{n\in\mathbb{N}}[\frac{1}{2n}, \frac{1}{2n+1}]$.

   Határozzuk meg A belső, külső és határpontjait!