

Analízis 3 Gyakorlat
2011. október 11.

$\mathbb{R}^n$ -ben és $\mathbb{R}$ -ben ha nincs külön utalás, akkor az euklideszi metrikát használjuk. Az A halmaz torlódási pontjainak halmazát A' -vel jelöljük.

1. (TK. 19.13) Van-e olyan $A \subset \mathbb{R}^2$ halmaz, melyre $\text{mar}(A) = \{(1/n; 0) : n \in \mathbb{N}\}$.
2. (TK. 19.15) Bizonyítsuk be, hogy $\text{mar}(\text{mar} A) \subset \text{mar}(A)$ teljesül, minden $A \subset \mathbb{R}^n$ halmazra. Mutassuk meg, hogy $\text{mar}(\text{mar}(A)) = \text{mar}(A)$ nem mindig teljesül.
3. (TK. 19.22) Bizonyítsuk be, hogy minden végtelen, korlátos $\mathbb{R}^n$ -beli halmaznak, van torlódási pontja!
4. (TK. 19.24) Bizonyítsuk be, hogy minden $A \subset \mathbb{R}^n$ -re, A' zárt.
5. Legyen $A \subset M$ és tekintsük M -en $(\mathbb{R}, \varrho_{\text{diszkr}})$ -et. Mit tudunk A' -ről és A izolált pontjairól mondani?
6. Van-e olyan korlátos, végtelen $\mathbb{R}^n$ -beli halmaz, melynek minden pontja izolált?
7. (Részben TK. 19.30) Bizonyítsuk be, hogy bármely $\mathbb{R}^n$ -beli halmaz izolált pontjainak halmaza megszámlálható! Igaz-e ez az állítás tetszőleges metrikus térben?
8. Vizsgáljuk meg a következő kétváltozós függvények folytonosságát a megadott pontban a definíció alapján, azaz adott ε -hoz adjunk jó δ -t!
 - a) $f(x, y) = xy$, $a = (1, 2)$;
 - b) $f(x, y) = 1 + x + x^2 - 2x^3 + 4y - 5y^3$, $a = (0, 0)$;
 - c) $f(x, y) = x^2y$, $a = (2, 3)$.