

Analízis haladó gyakorlat

2. feladatsor

2013. február 21.

1. Az azonos kerületű téglalapok közül melyiknek maximális a területe?
2. Tegyük fel, hogy az $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvényekre $f'(x) = g'(x)$ minden $x \in \mathbb{R}$ -re. Mit mondhatunk a két függvény viszonyáról?
3. Egy gyár henger alakú konzerveket gyárt, melyek térfogata 1 dm^3 . Milyen legyen a konzervek sugara és magassága, hogy a lehető legkevesebb fém fogyjon?
4. Mutassuk meg, hogy ha f és g differenciálható $[a, b]$ -ben. $f(a) \geq g(a)$ és $\forall x \in [a, b]$ -re $f'(x) \geq g'(x)$, akkor $\forall x \in [a, b]$ -re $f(x) \geq g(x)$.
5. Egy $6,5m$ magas létrát a falnak támasztottunk. Ha a létra alját $0,25 \frac{m}{s}$ sebességgel húzzuk el a faltól milyen gyorsan fog a létra teteje süllyedni akkor, amikor az alja $2,5m$ -nyire van a faltól?
6. Bizonyítsuk be, hogy
 - (a) $\sin x < x$, ha $x > 0$
 - (b) $\forall x \geq 0$ -re $x - \frac{x^2}{2} \leq \log(1+x) \leq x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}$;
 - (c) $\forall x \geq 0$ -re $x - \frac{x^3}{3!} \leq \sin x \leq x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!}$.
7. Tegyük föl, hogy f differenciálható $\mathbb{R}$ -en és $f' = f$. Mutassuk meg, hogy $\exists c \in \mathbb{R}$, hogy $f(x) = ce^x$.
8. $\left(\frac{1}{x^2 - 1}\right)^{(20)} = ?$
9. Igazoljuk, hogy az

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) & \text{ha } x \neq 0 \\ 0 & \text{ha } x = 0 \end{cases}$$

függvény differenciálható az origóban! Folytonos-e a deriváltja?

10. A távolság az A és B városok között 60 km . Egy pihent autós A -ból B -be indul és úgy dönt sebessége mindig annyi lesz, amilyen távol van B -től. Mikor ér oda?
11. Használva a differenciálási szabályokat, határozzuk meg a deriváltat!
 - $\coth(e^{x^2+8} + \log_2 \arcsin(-8x^3))$
 - x^{x^x}
 - $\sqrt[3]{e^x + \sqrt[8]{x^2 + x + 1}}$
 - $\arctan(\arccos(\frac{\log_2 x}{x^2+1}))$