

## Analízis haladó gyakorlat

4. feladatsor

2013. március 7.

1. Gyakori, hogy a 0 környékén  $\sin x$ -et  $x$ -szel közelítik. Mekkora legfeljebb a közelítés hibája, ha  $x = 0.1$ ?

2. Mi egy  $n$ -edfokú polinom 0 körüli  $n$ -edik Taylor-polinomja?

3. Egy függvény

(a) 0 körüli második Taylor polinomja  $T_2(x) = x^2 - 1$ .

(b) 1 körüli második Taylor polinomja  $T_2(x) = x^2 - 1$ .

Mit mondhatunk a függvényről?

4. Adjuk meg a Taylor polinomjait az alábbi függvényeknek a 0 pont körül:

(a)  $e^x$  (b)  $e^{x^2}$  (c)  $e^{x^2+x}$  (d)  $\frac{1}{1-x}$  (e)  $\sin x$  (f)  $x^2 \sin x^2$

5. Határozzuk meg az alábbi határértékeket:

(a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 0} x^{-2} - (\sin x)^{-2}$

(c)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin x - 1}{x - 1}$

(d)  $\lim_{x \rightarrow \infty} 2^x - x^2$

(e)  $\lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{1}{1-x}}$

(f)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - x}{x - \sin x}$

6. Mennyi  $1 + 2x + 3x^2 + \dots + nx^{n-1}$ ?

7. Adjunk példaát olyan  $f$  és  $g$  függvényekre, melyekre teljesülnek a L'Hospital tétel feltételei a 0-ban,  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{g(x)}$  létezik, de  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$  nem!

8. Mely  $a > 0$  valósakra létezik megoldása az  $a^x = x$  egyenletnek?