

Analízis haladó gyakorlat

9. feladatsor

2013. április 26.

1. Igazoljuk, hogy egy sor véges sok tagjának kicserélése/ elhagyása/megváltoztatása nem változtatja meg a sor konvergenciáját!
2. Mely x -ekre konvergens $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{x^n}$?
3. Adjunk meg $\varepsilon > 0$ -hoz n_0 küszöbindexet, melyet követően a sor részletösszegei ε -nál jobban közelítik a határértéket!

(a) $\sum_n \frac{3^n}{5^n}$

(b) $\sum_n \frac{1}{n(n+1)}$

4. Konvergens vagy divergens?

(a) $\sum_n \frac{n^2-n-1}{4n^2+n+1}$

(f) $\sum_n n^{100} \left(\frac{1}{2}\right)^n$

(b) $\sum_n \frac{n^2+1}{n^4-3n-10}$

(g) $\sum_n \sqrt{n+1} - \sqrt[4]{n^4+1}$

(c) $\sum_n \frac{n^2+e^{-n}}{e^{-2n}+n^5-\log n}$

(h) $\sum_n 1 - \cos \frac{1}{n}$

(d) $\sum_n \cos(n\pi) \frac{e^n+n}{n!-n^3}$

(i) $\sum_n \sqrt[n]{2} - 1$

(e) $\sum_n \frac{\sqrt{n+3}-1}{\sqrt[3]{n^3+n-1}+2}$

(j) $\sum_n \frac{\binom{2n}{n}}{5^n}$

5. Tegyük fel, hogy $\sum a_n$ és $\sum b_n$ pozitív tagú konvergens sorok. Következik-e ebből, hogy a) $\sum a_n b_n$ b) $\sum \max(a_n, b_n)$ is konvergens?
6. Adjunk példát olyan pozitív tagú sorra, melyre alkalmazható a gyökkritérium, de nem alkalmazható a hányadoskritérium!
7. Mutassuk meg, hogy a gyökkritérium erősebb, mint a hányadoskritérium!
8. Legyen $a_n > 0$ és $b_n > 0$ valamint $\frac{a_n}{b_n} \rightarrow 1$. Igazoljuk, hogy $\sum_n a_n$ pontosan akkor konvergens, ha $\sum_n b_n$ is az!
9. Legyen $S = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!}$. Adjunk felső becslést az

$$\left| S - \sum_{n=0}^{100} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} \right|$$

értékre! Mennyi S ?

10. Bizonyítsuk be, hogy egy konvergens, de nem abszolút konvergens sornak van olyan átrendezése, melynek határértéke ∞ !