

Analízis 3 Alk. Mat. gyakorlat

10. feladatsor

2013. november 26.

1. Osszuk fel az $[1, 2] \times [1, 3]$ tartományt az $x = 1 + \frac{i}{n}$ és $y = 1 + \frac{2j}{n}$ egyenesekkel téglalapokra és határozzuk meg az $f(x, y) = x^2 + y^2$ függvény felosztásra való közelítő összegét!

2. Határozzuk meg a következő integrálok értékét:

(a) $\iint_{[-1,1]^2} (x+y) dx dy$

(c) $\iint_{[0,1]^2} y^2 e^x dx dy$

(b) $\iint_{[-1,1] \times [3,4]} \sin(x+y) dx dy$

(d) $\iint_{[0,2]^2} ye^{x+y} dx dy$

3. Számítsuk ki az értékét a megadott tartományon!

(a) $\iint_K x^2 + y^2 dx dy$, ahol $K = \{(x, y) : x \geq 0, 0 \leq y \leq 1 - x\}$

(b) $\iint_K y^2 \sqrt{x} dx dy$, ahol $K = \{(x, y) : x \geq 0, x^2 \leq y \leq 10 - x^2\}$

(c) $\iint_K (x^2 + y^2)^{3/2} dx dy$, ahol $K = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 4\}$.

(d) $\iint_K \sin(x^2 + y^2) dx dy$, ahol $K = \{(x, y) : \pi^2 \leq x^2 + y^2 \leq 4\pi^2\}$

4. Cseréljük fel az integrálokat:

(a)

$$\int_0^2 \int_x^{2x} f(x, y) dy dx$$

(b)

$$\int_0^1 \int_{x^2}^{x^3} f(x, y) dy dx$$

(c)

$$\int_{-6}^2 \int_{\frac{x^2}{4}-1}^{2-x} f(x, y) dy dx$$

5. Tegyük fel, hogy az $f : [0, 1]^2 \rightarrow \mathbb{R}$ függvényre $\iint_{[0,1]^2} f(x, y) dx dy = 1$.

(a) $\iint_{[0,1]^2} f(x/2, y/2) dx dy = ?$

(b) $\iint_{[0, \frac{1}{2}] \times [1, 4]} f(2x, \frac{4-y}{3}) dx dy = ?$

6. Milyen α -kra véges az $\iint_{x^2+y^2 \leq 1} \frac{1}{(x^2+y^2)^\alpha} dx dy$ integrál?

7. Legyen $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ a Riemann-függvény. Integrálható-e a

$$g(x, y) = \begin{cases} 1 & y \leq f(x) \text{ és } x, y \in \mathbb{Q}, \\ 0 & \text{egyébként.} \end{cases}$$

függvény?