

Analízis 3 Alk. Mat. gyakorlat

11. feladatsor

2013. december 3.

1. Számítsuk ki a tartomány súlypontját, ha K :

(a) $K = \{(x, y) : x, y \geq 0, x + y \leq 1\}$

(b) $K = \{(x, y) : 0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq \sin x\}$

(c) K egységsugarú félkörlelap

(d) $K = \{(x, y) : x, y \geq 0, \sqrt{x} + \sqrt{y} \leq 1\}$

2. (a) $\iiint_{[0,1] \times [0,2] \times [0,3]} (1 + x^2 y z) dx dy dz = ?$

(b) A W idomot az $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ és az $x + y + z = 1$ síkok határolják.

$$\iiint_W \frac{1}{(x + y + z + 1)^3} dx dy dz = ?$$

3. Határozzuk meg az alábbi tartományok térfogatát!

(a) $V = \{(x, y, z) : z \geq 0, x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$

(b) $V = \{(x, y, z) : z \leq 4, z \geq x^2 + y^2\}$

4. Számítsuk ki az egységkörvonalon az $f(x, y) = (x + y, x - y)$ vektormező vonalintegrálját!

5. Mennyi $\oint_C (-y, x) ds$, ha C

(a) az $A(0, 0)$ és $B(1, 2)$ pontokat összekötő szakasz

(b) az $y = 0$ tengelyű parabola

(c) egy olyan derékszögű háromszög két befogójából álló töröttvonal, amelynek AB az átfogója?

6. Döntsük el, hogy van-e primitív függvénye a megadott tartományon!

(a) $f(x, y) = (x^2 - 2xy, y^2 - x^2)$, $(x, y) \in \mathbb{R}^2$

(c) $f(x, y) = (\frac{-y}{x^2+y^2}, \frac{x}{x^2+y^2})$, $x > 0$

(b) $f(x, y) = (\log \sqrt{x^2 + y^2}, \arctg(x/y))$, $y \neq 0$

(d) $f(x, y) = (\frac{-y}{x^2+y^2}, \frac{x}{x^2+y^2})$, $(x, y) \neq (0, 0)$

7. Tegyük fel, hogy a Föld üreges belül és az anyaga egyenletesen oszlik el egy 0 vastagságú gömbhéjon/pozitív vastagságú gömbgyűrűben. Mi történik azzal, aki lemászik a gyűrű belsejébe?