

Analízis 3 Alk. Mat. gyakorlat

5. feladatsor

2013. október 8.

1. Differenciálható-e az $f(x) = |x|$, $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ függvény a $\underline{0}$ pontban?
2. Határozzuk meg az alábbi függvények parciális deriváltjait! Differenciálhatóak-e a $(0, 0)$ pontban?
 - (a) $f(x, y) = \sqrt[3]{xy}$
 - (b) $f(x, y) = \frac{2x^3y}{x^2+y^2}$, ha $(x, y) \neq 0$, $f(0, 0) = 0$
 - (c) $f(x, y) = \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}$, $f(0, 0) = 0$
 - (d) $f(x, y) = (x^2 + y^2) \sin \frac{1}{x^2+y^2}$, $f(0, 0) = 0$
3. Írjuk fel a megadott pontban a felületek érintősíkját!
 - (a) $z = x^2 + y^2$; $(1, 2, 5)$
 - (b) $x^2 + y^2 + z^2 = 169$; $(3, 4, 12)$
 - (c) $z = y + \log \frac{x}{z}$; $(1, 1, 1)$
4. Egy domborzatot az $f(x, y) = x^2y + y^3$ egyenlet ír le. Milyen irányban folyik a folyó az $(1, 2)$ pontban?
5. Számítsuk ki az $f(x, y) = \log(x^2 + y^2)$ iránymenti deriváltját az $(1, 1)$ pontban, az $(1, 2)$ vektor szerint! Számítsuk ki egy $M(x_0, y_0)$ pontban az e ponton átmennő szintvonalra merőleges/párhuzamos irány szerint!
6. Ellenőrizzük le a Young-tételt az $f(x, y) = x^2 - 2xy - 3y^2$ függvényre!
7. Egy téglalap alakú 10 cm hosszú és 4 cm széles gumidarab az adott pillanatban 2 cm/s sebességgel növekszik hosszban és 1 cm/s sebességgel csökken szélességben. Ebben a pillanatban területe nő vagy csökken?
8. Legyen $f(x, y) = xy \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$, ha $(x, y) \neq (0, 0)$ és $f(0, 0) = 0$. Igazoljuk, hogy $D_x D_y f(0, 0) \neq D_y D_x f(0, 0)$!
9. Mutassunk példát olyan $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ függvényre, amelynek minden iránymenti deriváltja létezik a $(0, 0)$ -ban, mégsem differenciálható!