

Halmazelmélet Gyakorlat

2012. április 20.

1. Van-e olyan $H \subset \mathbb{R}^2$ amely minden kört három pontban metsz?
2. Lefedhető-e a sík diszjunkt körvonalakkal? És a tér?
3. Konstruáljunk pozitív mértékű 2-pont halmazt!
4. Konstruáljunk olyan 2-pont halmazt, amely Hamel-bázis!
5. Igazoljuk, hogy van olyan $B \subset \mathbb{R}$ halmaz, hogy nem létezik P perfekt, hogy $P \subset B$ vagy $P \subset B^c$ teljesülne!
6. I és II játszanak a végtelen bineáris fán, felváltva mondva jegyeket. Rögzítenek egy $H \subset 2^\omega$ halmazt, I nyer, ha a kapott valós H -beli, egyébként II a győztes. Konstruáljunk olyan H -t, melyre nincs nyerő stratégia egyikőjüknek sem.
7. Igazoljuk, hogy (CH) esetén létezik $L \subset \mathbb{R}$, hogy minden $N \in \mathcal{L}_0$ -ra $|N \cap L| \leq \aleph_0$!
8. Van-e olyan $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvény, amely semmilyen $\mathfrak{c}$ számosságú halmazra megszorítva sem folytonos?
9. Igazoljuk, hogy egy mérhető Hamel-bázis szükségképp nullmértékű! Létezik-e ilyen?
10. Adott egy automata, mely 1 pénzt bedobva $\aleph_0$ sokat ad ki, kezdetben 1 érménk van. Igazoljuk, hogy akárhogy is játszunk, valamely $\alpha < \omega_1$ lépésben elfogy a pénzünk!