

Halmazelmélet Gyakorlat
2013. április 17.

1. Melyik a nagyobb rendszám
 - (a) 0^ω vagy ω^0
 - (b) $\omega + 3$ vagy $3 + \omega$
 - (c) $\omega \cdot \omega_1$ vagy $\omega_1 \cdot \omega$?
2. Igazoljuk, hogy egy végtelen teljes gráfot két színre színezve létezik végtelen homogén részhalmaz!
3. Létezik-e olyan részhalmaza a síknak, amely minden egyenest pontosan 2 pontban metsz?
4. Igazoljuk, hogy létezik olyan $B \subset \mathbb{R}$, hogy minden P prefektre $P \not\subset B$ és $P \not\subset \mathbb{R} \setminus B$.
5. Adjunk meg egy, az ultrafilterestől eltérő végtelen játékot, ahol egyik félnek sincs nyerő stratégiája!
6. (CH) Igazoljuk, hogy létezik olyan $L \subset \mathbb{R}$ nem megszámlálható halmaz, amely minden első kategóriájút megszámlálható sok pontban metsz!
7. Legyen (G, E) gráf. Tegyük fel, hogy létezik olyan $n \in \mathbb{N}$, hogy G minden véges részhalmaza n -színezhető. Mutassuk meg, hogy ekkor az egész gráf is n -színezhető!
8. (CH) Bizonyítsuk be, hogy létezik Ramsey-ultrafilter!
9. (CH) Igazoljuk, hogy létezik olyan $H \subset \mathbb{R}^2$ nem megszámlálható, hogy minden $f \in C^1(\mathbb{R})$ -rel és annak az $y = x$ egyenesre vett tükröképével vett metszete megszámlálható!
10. (CH) Bizonyítsuk be, hogy létezik olyan $B \subset \mathbb{R}$ nem megszámlálható, hogy bármely ε_n pozitív számsorozatra létezik egy I_n intervallsorozat, hogy $B \subset \bigcup_n I_n$ és $\lambda(I_n) = \varepsilon_n$.