

Valós függvénytan gyakorlat

2015. április 8.

1. Mutassunk példát olyan $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ függvényre, hogy minden $n \in \mathbb{N}$ -re létezik egyetlen $y \in \mathbb{R}$, hogy $|f^{-1}(\{y\})| = n$.
2. Létezik-e olyan folytonos $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ függvény, amely minden értéket pontosan kétszer/háromszor/valamely $n \in \mathbb{N}$ -re n -szer vesz fel? És amely minden értéket végtelen sokszor vesz fel?
3. Milyen típusú halmaz lehet egy monoton függvényre azon értékek halmaza, melyeket felvesz?
4. Igazoljuk, hogy minden $G \subset \mathbb{R}$ G_δ halmazra létezik olyan függvény, melynek épp G pontjaiban van szakadása!
5. Mutassuk meg, hogy van olyan $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ folytonos függvény, amely minden értéket páros sokszor vesz fel!

Beadható feladatok

8. Adott folytonos függvények egy sorozata $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$. Mutassuk meg, hogy az $\{x : f_n(x) \text{ konvergens}\}$ halmaz $F_{\sigma\delta}$.